

# **Webinar**

## **Induktive Statistik**

- Wahrscheinlichkeitsrechnung**
- Stichprobentheorie**

# Wahrscheinlichkeitstheorie

## Aufgabe 1:

Zwei Lieferanten decken den Bedarf eines PKW-Herstellers von 100.000 Einheiten pro Monat. Lieferant A liefert jeweils 20.000 Einheiten, Lieferant B den Rest der benötigten Menge. Die Qualitätsstandards der Lieferanten sind unterschiedlich: bei Lieferant A muss von 0,3 % und bei B von 0,1 % defekter Teile in den Anlieferungen ausgegangen werden. Berechne die Wahrscheinlichkeiten, dass ein defektes Teil vom Lieferanten A bzw. B stammt.

## Aufgabe 2:

Die vom Unternehmen Filibs produzierten Mobiltelefone sind mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,05 fehlerhaft. Bei der Endkontrolle werden fehlerhafte Geräte mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,75 und einwandfreie Geräte mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,15 beanstandet.

- Wie viel Prozent der Geräte werden insgesamt als fehlerhaft beanstandet?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gerät, das die Endkontrolle unbeanstandet passiert hat, fehlerhaft ist?

## Aufgabe 3:

Die auf einer Abfüllanlage für Kaffee abgefüllte Menge ist normalverteilt. Der Erwartungswert der Füllmenge beträgt 505 g, die Standardabweichung 5 g.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die Füllmenge wenigstens 500 g?
- Welche Füllmenge wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% wenigstens erreicht?
- Wie groß dürfte bei gleich bleibender erwarteter Füllmenge von 505 g die Standardabweichung höchstens sein, damit die Füllmenge von 500 g mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% erreicht wird?

## Aufgabe 4:

Eine faire Münze werde zehnmal geworfen. Die Zufallsvariable  $X$  sei definiert als die Anzahl der gefallenen Köpfe.

- Wie ist die Zufallsvariable  $X$  verteilt und was sind ihr Erwartungswert und ihre Varianz?
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als zwei und weniger als achtmal Kopf fällt?
- Berechne die unter b) gesuchte Wahrscheinlichkeit unter der Annahme, dass die Verteilung von  $X$  mit ausreichender Genauigkeit durch eine Normalverteilung mit den unter a) berechneten Parametern angenähert werden kann.

## Aufgabe 5:

Die Eingangstür eines Kaufhauses wird innerhalb der nächsten fünf Minuten mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9 von wenigstens 4 Kunden passiert und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,6 von höchstens 6 Kunden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb der nächsten fünf Minuten 4,5 oder 6 Kunden das Kaufhaus betreten?

## Aufgabe 6:

Jemand bewirbt sich bei zwei Firmen A und B. Die Wahrscheinlichkeit der Annahme seiner Bewerbung schätzt er bei Firma A mit 0,5 und bei Firma B mit 0,6 ein. Weiterhin rechnet er mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3 von beiden Firmen angenommen zu werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, von wenigstens einer der beiden Firmen eine Zusage zu erhalten?

**Aufgabe 7:**

Die 15 Kugeln in einer Urne sind entweder rot (R) oder grün (G) und alternativ mit den Buchstaben A oder B markiert. 10 Kugeln sind rot, von ihnen tragen 4 den Buchstaben A. Unter den grünen Kugeln tragen vier den Buchstaben B. Es wird eine Kugel mit dem Buchstaben A gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Kugel rot ist?

**Aufgabe 8:**

Eine diskrete Zufallsvariable  $X$  sei symmetrisch um 3 verteilt. Es sei  $W(X = 3) = 0,3$ ,  $W(X = 5) = 0,1$ ,  $W(X = 8) = 0,15$ ,  $W(X = 9) = 0,1$ .

- Stelle die Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion dieser Zufallsvariablen graphisch dar!
- Berechne  $W(-1 < X \leq 2)$  und  $W(4 < X \leq 7)$ !
- Gibt es einen 0,75-Punkt dieser Verteilung?

**Aufgabe 9:**

Beim einmaligen Werfen eines Würfels werden die folgenden Ereignisse betrachtet:

A: Die Augenzahl ist gerade.

B: Die Augenzahl ist kleiner als 4.

C: Die Augenzahl ist 1 oder 5

Welche Aussagen sind richtig?

- A und B sind unabhängig
- A und C sind nicht unabhängig
- B und C sind nicht unabhängig

**Aufgabe 10:**

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine an einer bestimmten Krankheit leidende Person durch ein bestimmtes Medikament geheilt werde, sei 0,8. Das Medikament werde 10 Patienten verabreicht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden mindestens 8 Patienten geheilt? Dabei sei vorausgesetzt, dass die Heilerfolge für die einzelnen Patienten voneinander unabhängig sind und die Heilwahrscheinlichkeit bei allen Personen gleich 0,8 ist.

**Aufgabe 11:**

Frau Schulze versucht täglich, ihrem Mann ein weiches Frühstücksei zuzubereiten. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ihr dieses gelingt, beträgt 0,2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie in einer Woche mindestens viermal ein weiches Frühstücksei zuwebringt?

**Aufgabe 12:**

Die Anzahl der wöchentlichen Hundebisse bei den Briefträgern einer Kleinstadt sei poissonverteilt

mit  $\mu = 3$ .

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Woche sechs Hundebisse registriert werden?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in drei Wochen mehr als acht Hundebisse erfolgen?

**Aufgabe 13:**

$E(X) = 4$ ;  $E(Y) = 6$ ;  $E(Z) = 5$ ;  $\text{VAR}(X) = 4$ ;  $\text{VAR}(Y) = 9$ ;  $\text{VAR}(Z) = 16$

$A = 0,5X + 0,25(Y - Z) + 8$  und  $X, Y, Z$  sind unabhängig.

Berechnen Sie  $E(A)$  und  $\text{VAR}(A)$ .

**Aufgabe 14:**

Die Armee eines Landes zieht nur solche Männer ein, die eine Körpergröße von mindestens 160 cm bis höchstens 200 cm besitzen. Aus statistischen Untersuchungen ist

bekannt, dass die mittlere Körpergröße der Männer dieses Landes bei 180 cm liegt mit einer Varianz von  $25 \text{ cm}^2$ . Wenn tausend Männer gemustert werden, lassen sich dann Aussagen über den Anteil derjenigen Männer machen, die nicht eingezogen werden?

**Aufgabe 15:**

An einer Klausur haben 400 Studenten teilgenommen. Die Zufallsvariable  $X_i$  (mit dem Erwartungswert von 20 Minuten und mit der Streuung von 3 Minuten) beschreibe die für die Korrektur der i-ten Klausur benötigte Zeit. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass für die Korrektur höchstens 16 Arbeitstage (achtstündig) benötigt werden?

**Aufgabe 16:**

$X_1, X_2, \dots, X_{1000}$  seien unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariable mit den Verteilungen

$x_i$	1	3	6	11
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{20}$

Man bestimme mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes approximativ die

Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsvariable  $S_{1000} = \sum_{i=1}^{1000} X_i$  Werte zwischen 4820 und 5180 annimmt.

**Stichprobentheorie**

**Aufgabe 17:**

Ermitteln Sie Effizienz und Konsistenz folgender Schätzfunktion für den Erwartungswert.

- a)  $\hat{\mu}_1 = \bar{x}$
- b)  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n x_i \right) + \frac{2}{3} x_5$
- c)  $\hat{\mu}_3 = \bar{x} + \frac{1}{n^2 + 1}$
- d)  $\hat{\mu}_3 = \bar{x} + 0,5n$

**Aufgabe 18:**

Auf dem Campus der Universität D soll mit Hilfe einer Stichprobe von 50 Studierenden festgestellt werden, wie hoch der Anteil von Studierenden mit privatem Internet-Anschluß ist. 30 der in der Stichprobe Befragten besitzen einen solchen Anschluß.

- a) Schätze aus dieser Stichprobe den Anteil von Studierenden mit privatem Internet-Anschluß unter allen Studierenden der Universität E
- b) Bestimme zu a) ein 95 %-iges Konfidenzintervall. Bestimme den notwendigen Stichprobenumfang, damit der geschätzte Anteil mit 99 %-iger Wahrscheinlichkeit um weniger als 5 Prozentpunkte vom wahren Wert abweicht.

**Aufgabe 19:**

Laut Angabe eines Wirtes beträgt die durchschnittliche Füllmenge seiner Biergläser 0,2 l. Die städtische Verbraucherberatung will mit Hilfe einer Stichprobe diese Angabe auf ihre Glaubwürdigkeit hin untersuchen. Die Stichprobe mit dem Umfang  $n = 10$  ergibt folgende Füllungen (betrachte die Füllvolumen als normalverteilt):

0,18 0,21 0,17 0,18 0,19 0,20 0,18 0,19 0,16 0,20

- a) Gib ein 95 % Konfidenzintervall für das Füllvolumen und die Varianz des Füllvolumens an.
- b) Kann mit 95 % Sicherheit davon ausgegangen werden, dass das durchschnittliche Füllvolumen 0,2 l beträgt?

**Aufgabe 20:**

Ein Marktforschungsinstitut interessiert sich für den Bekanntheitsgrad eines Produkts in einer bestimmten Altersklasse. Bei einer Befragung von 400 Kunden gaben  $p$  % der Kunden an, das Produkt zu kennen. Hieraus berechnete man ein Konfidenzintervall für den Bekanntheitsgrad mit  $[0,305;0,395]$ . Welche Vertrauenswahrscheinlichkeit wurde hierbei benutzt?

**Aufgabe 21:**

Zehn Studenten haben für die Lösung der vorliegenden Klausur folgende Zeit in Minuten benötigt:

132, 167, 230, 186, 231, 123, 222, 158, 207, 177.

Bestimme unter der Annahme, dass die Bearbeitungszeit normalverteilt ist

- a) ein 99 % - Konfidenzintervall für die durchschnittliche Bearbeitungszeit und  
 b) ein 95 % - Konfidenzintervall für die Varianz und die Standardabweichung der Bearbeitungszeit.

**Aufgabe 22:**

Alle Mitglieder zweier Gruppen A und B, die aus jeweils 100 Personen bestehen, leiden an der gefährlichen K.L.S.-Krankheit (keine Lust auf Statistik). Man gibt Gruppe A ein Heilmittel aber nicht der Gruppe B. Es stellt sich heraus, dass in den Gruppen A und B 75 bzw. 65 Personen wieder gesund werden.

Man teste auf einem Signifikanzniveau von 1 % die Hypothese, dass das Mittel bei der Heilung hilft.

**Aufgabe 23:**

Die Anzahl  $X$  der Bestellungen, die für einen bestimmten Artikel pro Tag eingehen, wird als poissonverteilt angesehen. Zur Intervallschätzung des unbekanntem Parameters  $\lambda$  dieser Verteilung werden 33 Tage lang die auftretenden Bestellungen registriert. Es ergeben sich folgende Werte:

3 5 7 2 7 3 4 6 1 4 1 5 7 3 6 2 6 3 4 5 2 1 5 3 6 3 1 1 5 2 4 2 1

Führen Sie eine Intervallschätzung für  $\lambda$  durch.