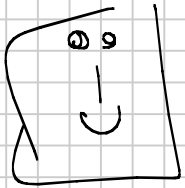
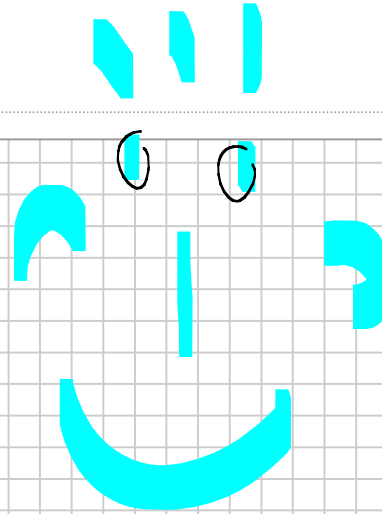


STATISTIK



$B(n, p)$... a) n unabh. Experimente

2) mit jeweils genau zwei Ergebnissen $\left\{ \begin{array}{l} \text{Erfolg} \quad \dots p \\ \text{Misserfolg} \quad \dots 1-p \end{array} \right.$

3) Frage: Wie groß ist die Wkt. für genau k Erfolge?

Antwort: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

11

$$p = 0,2$$

$$1-p = 1-0,2 = 0,8$$

X ... # erfolgreiche F.vers.

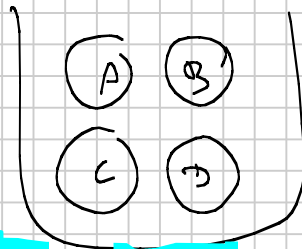
$$\left. \begin{array}{l} p = 0,2 \\ 1-p = 0,8 \end{array} \right\} P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4)$$

$$= 1 - P(X \leq 3)$$

$$= 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$$

$$B\left(\begin{matrix} m \\ n \end{matrix}, \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}\right)$$

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{k! \cdot (m-k)!}$$



2x zweien
ohne zu

ohne Beachten
der Reihenfolge

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}$$

$$= 3 \cdot 2$$

$$= 6$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

$$0! = 1$$

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot (7-2)!}$$

$$= \frac{7!}{2! \cdot 5!}$$

$$1 - \left[\binom{7}{0} \cdot 0.2^0 \cdot (1-0.2)^{7-0} + \binom{7}{1} \cdot 0.2^1 \cdot (1-0.2)^{7-1} + \dots + \binom{7}{3} \cdot 0.2^3 \cdot 0.8^{7-3} \right]$$

$$= 1 - \left[1 \cdot 1 \cdot 0.8^7 + 7 \cdot 0.2 \cdot 0.8^6 + \frac{7!}{2! \cdot 5!} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^5 + \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot 0.2^3 \cdot 0.8^4 \right]$$

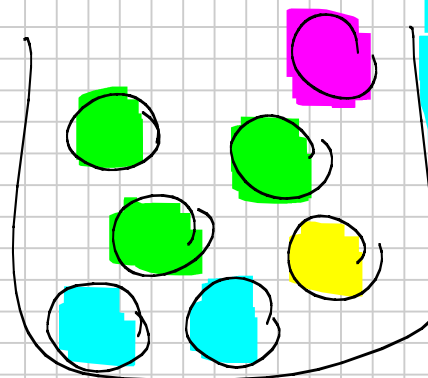
$$= 1 - [0.2097 + 0.307 + 0.2753 + 0.115]$$

$$= 0.033$$

(AB)
 (AC)
 (AD)
 (BC)
 (BD)
 (CD)

Hypergeom. VSG.

$$H(N, M, m)$$



$$P(X=k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

N ... # kugeln insges.

M ... " mit gewünschter eigenschaft

k ... # gezogene kugeln

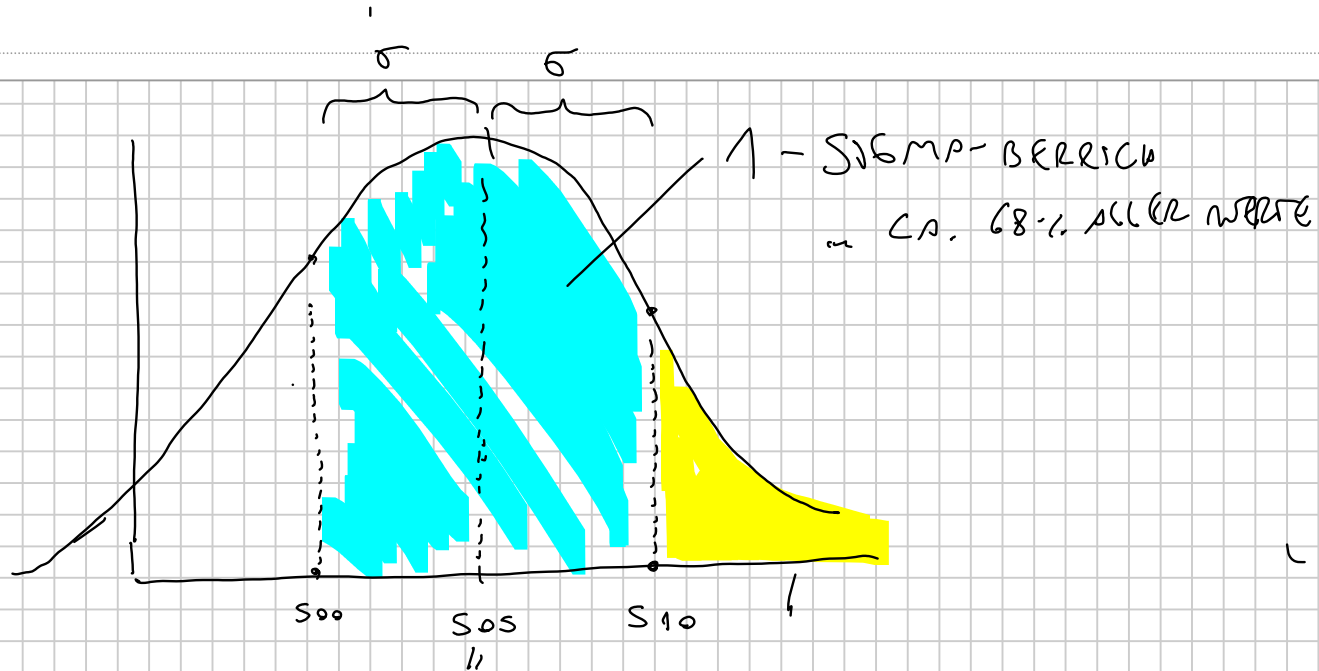
n ... # züge

a) ohne zurücklegen

b) mit " "

3x ziehen, X ... # türkisfarbener kugeln, $P(X=2)$??

3]



$$\begin{aligned}
 P(X \geq S_{00}) &= 1 - P(X < S_{00}) = 1 - P(X \leq S_{00}) = 1 - P\left(\underbrace{\frac{X - \mu}{\sigma}}_{X_{ST}} \leq \frac{S_{00} - S_{05}}{\sigma}\right) \\
 &= 1 - P(X_{ST} \leq -1)
 \end{aligned}$$

$$\phi(-z) = 1 - \phi(z)$$

$$= 1 - \phi(-1) = 1 - [1 - \phi(1)]$$

$$= \phi(1) = \underline{\underline{0,841}}$$

5)

$$P(X \geq a) = 0,95$$

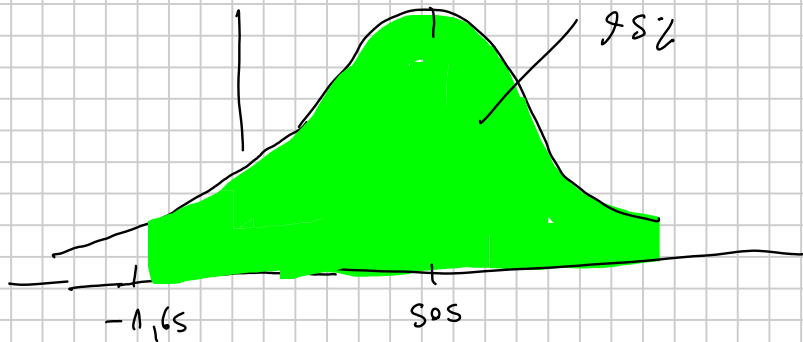
$$\Leftrightarrow 1 - P(X < a) = 0,95$$

$$\Leftrightarrow -P(X < a) = -0,05$$

$$\Leftrightarrow P(X < a) = 0,05$$

$$\Leftrightarrow P(X \leq a) = 0,05$$

$$\boxed{a = -1,65}$$

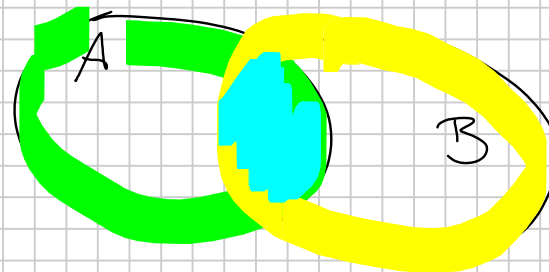


$$X_{\alpha} = -X_{1-\alpha}$$

$$\begin{aligned} X_{0,95} &= -X_{1-0,95} \\ &= -X_{0,05} = \underline{\underline{-1,65}} \end{aligned}$$

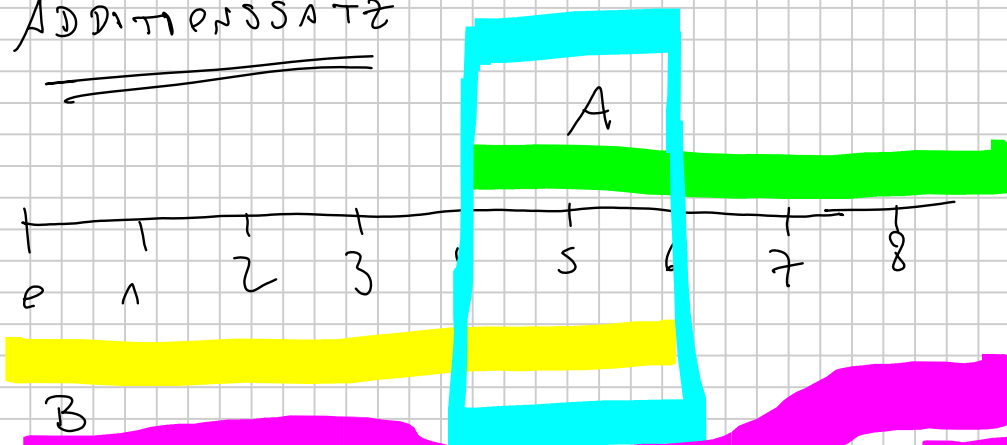
S/ $P(A)$... unbedingte Wkt.

$$P(A \cup B) = \underbrace{P(A)} + \underbrace{P(B)} - \underbrace{P(A \cap B)}$$



ADDITIONSSATZ

S/

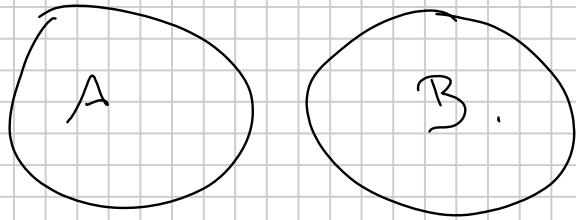


$$P(A) = 0,9$$

$$P(B) = 0,6$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= 0,9 + 0,6 - 1 = \underline{\underline{0,5}}$$



$$A \cap B = \emptyset = \{ \}$$

A, B PRESEN UNABH., WENN:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Sind zwei DISJUNKTE MENGEN UNABH.?

NEIN, SOND (POTENTIAL) ABHÄNGIG

6

$$P(A) = 0,5$$

$$P(B) = 0,6$$

$$P(A \cap B) = 0,3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0,5 + 0,6 - 0,3$$

$$= \underline{\underline{0,8}}$$

A

BEDINKE
NFKS

DANACH IST
GEFRAGT

$P(C|D)$

NEIN

VORAUSS.

= HYPOTHESE

↳ MUSS ZUERST EINGETRAGEN SEIN

0,2

0,8

0,002 $D|A$

0,997 $\bar{D}|A$

0,001 $D|B$

0,999 $\bar{D}|B$

~~$P(A \cap B)$~~

$$P(A|D) = \frac{P(D|A) \cdot P(A)}{P(D)} = \frac{0,003 \cdot 0,2}{P(D|A) \cdot P(A) + P(D|B) \cdot P(B)}$$

$$P(C|E) = \frac{P(E|C) \cdot P(C)}{P(E)}$$

BAYESSCHE FORMEL

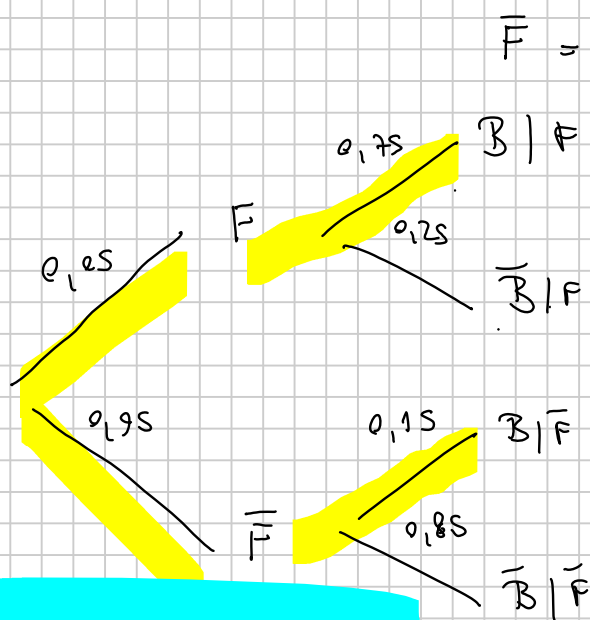
NEUER DER BAYESSCHE FORMEL:

$$P(E) = P(E|C_1) \cdot P(C_1) + \dots + P(E|C_n) \cdot P(C_n)$$

$$= \frac{0,003 \cdot 0,2}{0,003 \cdot 0,2 + 0,001 \cdot 0,8}$$

$$= \frac{0,0006}{0,0014} = \underline{\underline{0,4286}}$$

2



BAYES

$$P(C|D) = \frac{P(D|C) \cdot P(C)}{P(D)}$$

$$P(B) = P(B|F) \cdot P(F) + P(B|\bar{F}) \cdot P(\bar{F})$$

$$= 0.75 \cdot 0.25 + 0.15 \cdot 0.75$$

$$= 0.18$$

$$P(F|\bar{B}) = \frac{P(\bar{B}|F) \cdot P(F)}{P(\bar{B})} = \frac{0.25 \cdot 0.25}{0.18}$$

$$= \frac{0.0625}{0.18} = 0.347$$

9]

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{1, 5\}$$

$$c) P(B \cap C) = P(\{1\}) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) \cdot P(C) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

B, C независ.

$$a) P(A \cap B) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B)$$

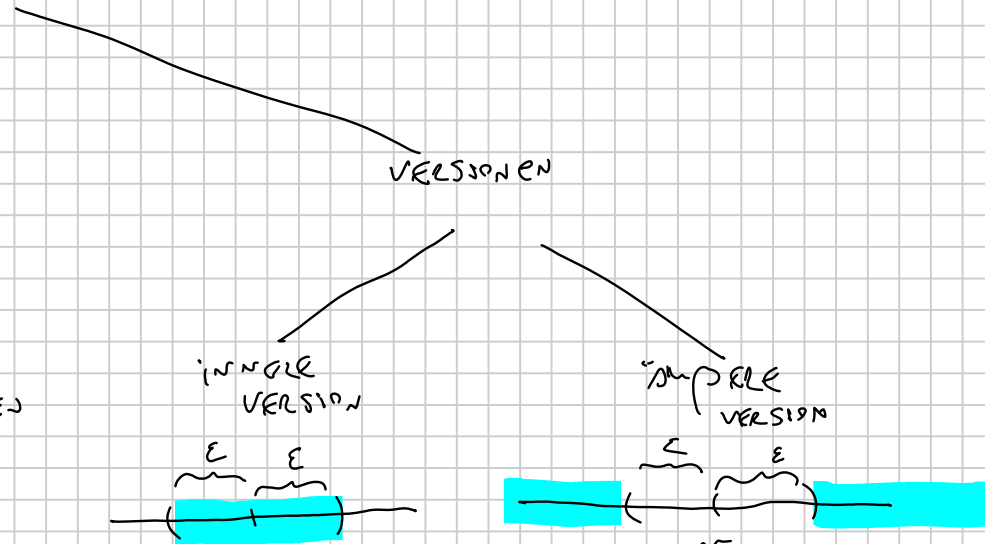
$$\underbrace{P(\{2\})}_{\frac{1}{6}} \neq \underbrace{\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6}}_{\frac{1}{4}}$$

A, B не независ.

$$b) P(A \cap C) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(C)$$

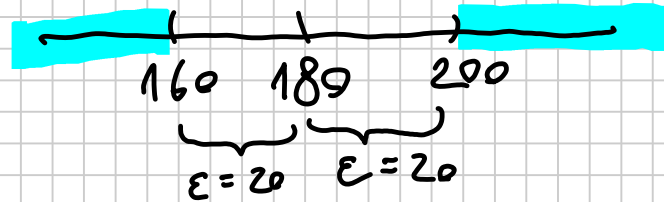
$$\underbrace{P(\emptyset)}_0 \neq \underbrace{\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6}}_{\frac{1}{6}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} A, C \text{ не независ.} \\ A, C \text{ независ.} \end{array} \right.$



$$P(|\hat{x} - \mu| > \varepsilon) \leq \frac{\frac{\sigma^2}{n}}{\varepsilon^2}$$

14



$$P(|X - 180| > 20) \leq \frac{25}{20^2} = \frac{25}{400} = \underline{\underline{6,25\%}}$$

15

X_i ... Zeit für die i. Klausur [Minuten]

$$n = 400$$

$$E(X_i) = 20$$

$$\sigma_{X_i} = 3$$

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{399} + X_{400} = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$E(X) = E\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) \\ = \sum_{i=1}^n \underbrace{E(x_i)}_{20} = 400 \cdot 20 = 8000 \text{ [min.]}$$

$$\text{Var}(X) = \text{Var}\left(\sum x_i\right)$$

$$x_i \text{ unkorrel.} \quad \sum \text{Var}(x_i) = \sum_{i=1}^{400} 3^2 = 400 \cdot 3^2 = 3600 \text{ [min.}^2\text{]}$$

26 WS
 X_i : unabh.
identisch
verteilt

Rechnet mit der NORMAL VERTEIL

$$X \sim N\left(\underbrace{8000}_{\mu_X}; \underbrace{3600}_{\sigma_X^2}\right)$$

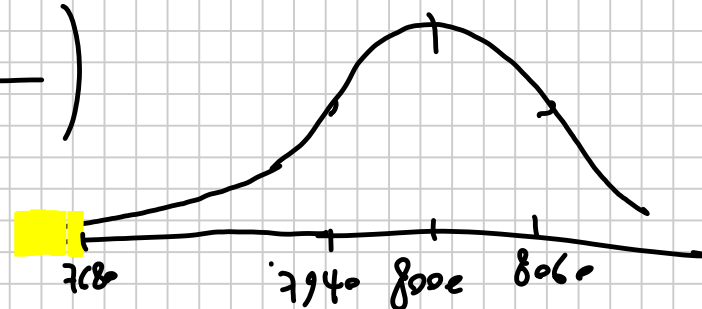
$$P(X \leq 7680) = \Phi\left(\frac{7680 - 8000}{\sqrt{3600}}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{-320}{60}\right)$$

$$= \Phi(-5,33)$$

$$= 1 - \Phi(5,33)$$

$$\approx 1 - 1 = 0$$



4] a) $X \sim B(10; \frac{1}{2}) \Rightarrow E(X) = n \cdot p = 10 \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{5}}$
 $\Rightarrow \text{Var } X = n \cdot p \cdot (1-p) = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{1}{2}) = \underline{\underline{2.5}}$

$X \sim B(n, p) \Rightarrow E(X) = n \cdot p$
 $\Rightarrow \text{Var } X = n \cdot p \cdot (1-p)$

1) $P(2 < X < 8) = P(X=3) + \dots + P(X=7)$

$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

$$P(2 < X \leq 7) = F(7) - F(2)$$

F ... Verteilungsfkt. der
Binomialverf.

$$= 0,945 - 0,055$$

$$= 0,89$$

~ exakter Wert

es gibt
auch so...

$$P(2 < X \leq 7) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)]$$

c) $X \sim B(10; \frac{1}{2}) \Rightarrow X \dot{\sim} N(\overset{10 \cdot \frac{1}{2}}{\underset{\text{"}}{\mu}}; \overset{10 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-\frac{1}{2})}{\underset{\sigma^2}{\sigma^2}})$

$$4) c) \quad P(2 < X \leq 7) \approx P\left(\frac{2-5}{\sqrt{25}} < X_{ST} \leq \frac{7-5}{\sqrt{25}}\right)$$

$$= P\left(-\frac{3}{1,5811} < X_{ST} \leq \frac{2}{1,5811}\right)$$

$$= P(-1,8974 < X_{ST} \leq 1,2649)$$

$$= \Phi(1,2649) - \Phi(-1,8974)$$

$$= 0,896 - [1 - \Phi(1,8974)]$$

$$= 0,896 - 1 + \Phi(1,8974)$$

$$= -0,104 + 0,971$$

$$= \underline{\underline{0,867}} \quad \underline{\underline{\text{Approxim. Ergebnis}}}$$

10, 16

Ma

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum x_i = \frac{1}{4} \cdot (2 + 3 + 5 + 6) = \underline{4}$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{n} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{4} \cdot [(2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2] \\ &= \frac{1}{4} \cdot [4 + 1 + 1 + 4] \end{aligned}$$

ohne versch. Satz,

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \left[\sum x_i^2 \right] - \bar{x}^2$$

mit versch. sätt

$$= \frac{10}{4} = \underline{\underline{2,5}}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot [2^2 + 3^2 + 5^2 + 6^2] - 4^2$$

$$= \underline{\underline{2,5}}$$

$$\begin{array}{c} \boxed{2, 3, 5, 6} \\ x_1 \quad \quad \quad x_4 \end{array}$$

$$s^{*2} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{4-1} \cdot [(2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot [4 + 1 + 1 + 4]$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 10 = \frac{10}{3} = \underline{\underline{3,3}}$$

Maximum-Likelihood-Methode

$X_i \sim \pi(\lambda) \sim \text{Schätzte DAS } \lambda$

1) Bestimmen $\dots f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot \dots \cdot f(x_n) = L$

$$f(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda} \quad \checkmark$$

$$L = f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot \dots \cdot f(x_n)$$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{\frac{\lambda^{x_1}}{x_1!} \cdot e^{-\lambda}}_{f(x_1)} \cdot \underbrace{\frac{\lambda^{x_2}}{x_2!} \cdot e^{-\lambda}}_{f(x_2)} \cdot \dots \cdot \underbrace{\frac{\lambda^{x_n}}{x_n!} \cdot e^{-\lambda}}_{f(x_n)} \\ &= (e^{-\lambda})^n \cdot \frac{\lambda^{x_1} \cdot \lambda^{x_2} \cdot \dots \cdot \lambda^{x_n}}{x_1! \cdot x_2! \cdot \dots \cdot x_n!} = e^{-\lambda \cdot n} \cdot \frac{\lambda^{x_1 + x_2 + \dots + x_n}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \end{aligned}$$

2] Natürl. Logarithmus bestimmen

$$(i) \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$(ii) \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$(iii) \ln a^b = b \cdot \ln a$$

$$L = e^{-\lambda \cdot n} \cdot \frac{\lambda^{x_1 + x_2 + \dots + x_n}}{x_1! \cdot x_2! \cdot \dots \cdot x_n!}$$

$$\ln L = \ln\left(e^{-\lambda n} \cdot \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i}\right)$$

$$(i) \ln e^{-\lambda n} + \ln\left(\frac{\lambda^{\sum x_i}}{\prod x_i}\right)$$

$$(ii) \ln e^{-\lambda n} + \ln \lambda^{\sum x_i} - \ln \prod_{i=1}^n x_i$$

$$(iii) -\lambda \cdot n \cdot \ln e + \left(\sum x_i\right) \cdot \ln \lambda - \ln \prod_{i=1}^n x_i$$

$$\prod_{i=1}^3 i^2 = 1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2$$

3 | ABLEITEN

$$\boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$$

$$\log_a a = 1$$

$$\ln l = -\lambda \cdot n \cdot \ln e + (\sum x_i) \cdot \ln \lambda - \ln \prod_{i=1}^n x_i!$$

$$\frac{d \ln l}{d \lambda} = (-\lambda n \cdot \underbrace{\ln e}_1)' + ((\sum x_i) \ln \lambda)' - (\ln \prod x_i!)'$$

$$= (-\lambda n)' + (\sum x_i) \cdot \frac{1}{\lambda} - 0$$

$$= -n + \frac{\sum x_i}{\lambda} \stackrel{[4]!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{\sum x_i}{\lambda} = n \quad | \cdot \lambda : n$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum x_i}{n} = \lambda$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{n} \cdot \sum x_i$$

$$\boxed{\hat{\lambda}_{ML} = \bar{x}}$$

1. ERWARTUNGSTREUE

SCHÜTZKR. $\hat{\theta}$ HESST ERW. TREU FÜR θ WENN GILT:

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

$$E(X_i) = \mu, \text{ var } X_i = \sigma^2$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{3} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{3} \cdot (2X_1 + X_2)$$

$$\hat{\theta}_3 = \frac{1}{4} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)$$

$$E(a \cdot X + b \cdot Y) = a \cdot E(X) + b \cdot E(Y)$$

$$E(\hat{\theta}_1) = E\left(\frac{1}{3} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)\right) = \frac{1}{3} \cdot E(X_1 + X_2 + X_3)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot E(X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{3} \cdot [E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)] = \frac{3}{3} \cdot \mu = \mu$$

$$E(\hat{\theta}_1) = E\left(\frac{1}{3} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)\right) = \frac{1}{3} \cdot E(X_1 + X_2 + X_3)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot [E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)] = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \mu = \mu$$

$\Rightarrow \hat{\theta}_1$ IST ERW. TREU FÜR μ

$$E(\hat{\theta}_2) = E\left(\frac{1}{3} \cdot (2X_1 + X_2)\right) = \frac{1}{3} \cdot E(2X_1 + X_2)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (E(2X_1) + E(X_2)) = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot E(X_1) + E(X_2))$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \mu + \mu) = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \mu = \mu \quad \hat{\theta}_2 \text{ IST ERW. TREU FÜR } \mu$$

$\hat{\theta}_3$ NICHT ERW. TREU FÜR μ

WIRKSAMKEIT
= EFFIZIENZ

$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ ERW. TREUE SCHÄTZER

$\text{Var } \hat{\theta}_1 < \text{Var } \hat{\theta}_2 \Rightarrow \hat{\theta}_1$ HÄSST REC. WIRKSAMER ALS $\hat{\theta}_2$

$$\text{Var}(\hat{\theta}_1) = \text{Var}\left(\frac{1}{3} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \text{Var}(X_1 + X_2 + X_3)$$

$$\boxed{\text{Var}(aX) = a^2 \cdot \text{Var}X}$$

$$\underset{\substack{X_i \\ \text{seien} \\ \text{unabh.}}}{=} \frac{1}{9} \cdot \left[\underbrace{\text{Var} X_1}_{\sigma^2} + \underbrace{\text{Var} X_2}_{\sigma^2} + \underbrace{\text{Var} X_3}_{\sigma^2} \right] = \frac{1}{9} \cdot 3 \cdot \sigma^2 = \frac{1}{3} \cdot \sigma^2$$

$$\text{Var}(\hat{\theta}_2) = \text{Var}\left(\frac{1}{3} \cdot (2X_1 + X_2)\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \text{Var}(2X_1 + X_2)$$

$$\underset{\substack{X_i \\ \text{unabh.}}}{=} \frac{1}{9} \cdot \left[\text{Var}(2X_1) + \text{Var}(X_2) \right] = \frac{1}{9} \cdot \left[2^2 \text{Var} X_1 + \text{Var} X_2 \right]$$

$$\underset{\substack{X_i \\ \text{unabh.}}}{=} \frac{1}{9} \cdot \left[4\sigma^2 + \sigma^2 \right] = \frac{5}{9} \cdot \sigma^2$$

$\hat{\sigma}^2 = s^2$
MBA IST EINE
SCHÄTZUNG DER
VARIANZ

ERWARTUNGS-
TREUE SCHÄTZER $\hat{\sigma}^2 = s^{*2} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2$

$$\text{Var } \hat{\theta}_1 < \text{Var } \hat{\theta}_2 \Rightarrow \hat{\theta}_1 \text{ REC. WIRKSAMER ALS } \hat{\theta}_2$$

$$\text{KONSISTENZ} - \left. \begin{array}{l} \hat{\theta}_n \text{ 1) (MINDESTENS ASYMPTOTISCH) ERWARTUNGSTREU} \\ \text{2) } \text{Var } \hat{\theta}_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\hat{\theta}_n \text{ KONSISTENT}}}$$

$$\hat{\theta}_n = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$1) E(\hat{\theta}_n) = E\left(\frac{1}{n} \cdot \sum x_i\right) = \frac{1}{n} \cdot E\left(\sum x_i\right) = \frac{1}{n} \cdot \sum E(x_i) = \frac{1}{n} \cdot \sum \mu$$

$$= \frac{1}{n} \cdot n \cdot \mu = \mu \quad \dots \hat{\theta}_n \text{ IST ERW. TREU}$$

$$2) \text{Var}(\hat{\theta}_n) = \text{Var}\left(\frac{1}{n} \sum x_i\right) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot \text{Var}\left(\sum x_i\right) = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot \sum \text{Var } x_i = \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

0 ←

$$\hat{\theta}_n = \frac{n-1}{n^2} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

↓

CONSISTENT

$$\stackrel{1)}{=} E(\hat{\theta}_n) = E\left(\frac{n-1}{n^2} \cdot \sum x_i\right) = \frac{n-1}{n^2} \cdot E(\sum x_i)$$

$$= \frac{n-1}{n^2} \cdot \sum E(x_i) = \frac{n-1}{n^2} \cdot n \cdot \mu$$

$$= \left(\frac{n-1}{n}\right) \cdot \mu \rightarrow \mu$$

$\hat{\theta}_n$ is ASYMPT. E2W. R2W

$$\begin{aligned} 2) \text{Var}(\hat{\theta}_n) &= \text{Var}\left(\frac{n-1}{n^2} \cdot \sum x_i\right) = \left(\frac{n-1}{n^2}\right)^2 \cdot \text{Var}\left(\sum x_i\right) \stackrel{\text{unab.}}{=} \left(\frac{n-1}{n^2}\right)^2 \cdot \sum \underbrace{\text{Var}(x_i)}_{\sigma^2} \\ &= \left(\frac{n-1}{n^2}\right)^2 \cdot n \cdot \sigma^2 = \left(\frac{n-1}{n^3}\right) \cdot \sigma^2 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

KONFIDENZINTERVALLE

KI für μ, π : SYMMETRISCH UM DIE
PUNKTSCHÄTZER HERUM

für μ

für σ^2

für ANTEILSWERTE

$$\left[\frac{\hat{\pi} - c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{\hat{\pi} \cdot (1-\hat{\pi})}}{\sqrt{n}}}{\hat{\pi} + c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{\hat{\pi} \cdot (1-\hat{\pi})}}{\sqrt{n}}} \right]$$

GG $\sim N(\mu, \sigma^2)$

GG BEC.
NORMIER

σ^2 BEKANNT σ^2 UNBEKANNT

$$\left[\bar{x} - c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \quad \left[\bar{x} - t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s^*}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s^*}{\sqrt{n}} \right]$$

19

1-2 ... Konfidenzintervall
2 ... Signifikanzniveau

$$66 \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Wahre Varianz unbekannt

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \cdot \sum x_i = \frac{1}{10} \cdot (0,18 + \dots + 0,2) = \underline{\underline{0,186}}$$

$$S^{*2} = \left(\frac{1}{n} \cdot \sum x_i^2 - \bar{X}^2 \right) \cdot \frac{n}{n-1} = \underline{\underline{0,0002267}}$$

$$\begin{aligned} KI &= \left[\bar{X} - t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S^*}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S^*}{\sqrt{n}} \right] \\ &= \left[0,186 - t_{10-1; 1-\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{\sqrt{0,0002267}}{\sqrt{10}}; 0,186 + t_{10-1; 1-\frac{0,05}{2}} \cdot \frac{\sqrt{0,0002267}}{\sqrt{10}} \right] \\ &= \left[0,186 - \underbrace{t_{9; 0,975}}_{2,26} \cdot 0,00476; 0,186 + \underbrace{t_{9; 0,975}}_{2,26} \cdot 0,00476 \right] \\ &= [0,1752; 0,1968] \end{aligned}$$

20

$$n = 400$$

$$KI = \begin{bmatrix} 0,305 & ; & 0,395 \end{bmatrix}$$

... Symmetrie. um $\hat{\pi}$ herum

$$\Rightarrow \hat{\pi} = 0,35$$

$$\parallel 0,305 + \frac{0,395 - 0,305}{2}$$

$$\hat{\pi} - c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{\hat{\pi} \cdot (1-\hat{\pi})}}{\sqrt{n}}$$

$$\hat{\pi} + c \cdot \dots$$

$$\Leftrightarrow 0,305 = 0,35 - c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{0,35 \cdot (1-0,35)}}{\sqrt{400}}}_{0,0238} \quad \wedge \Leftrightarrow -0,045 = -c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot 0,0238$$

$$\Leftrightarrow c_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,8908$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,971 \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,029 \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 0,058} \Leftrightarrow \boxed{1 - \alpha = 94,2\%}$$

$$\underline{18} \mid a) \hat{\pi} = \frac{30}{50} = 0,6$$

$$b) \left[\hat{\pi} - c_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sqrt{\hat{\pi} \cdot (1-\hat{\pi})}}{\sqrt{n}} ; \hat{\pi} + \dots \right]$$

$$= \left[0,6 - \underbrace{c_{1-\frac{0,05}{2}}}_{\substack{c_{0,925} \\ 1,96}} \cdot \frac{\sqrt{0,6 \cdot (1-0,6)}}{\sqrt{50}} ; 0,6 + \underbrace{c_{1-\frac{0,05}{2}}}_{1,96} \cdot 0,0693 \right]$$

=

$$= [0,464 ; 0,7358]$$

KOCHREZEPT TESTTHEORIE

1. WELCHE ART VON STICHPROBE LIEGT VOR?

2. WAS IST ZU TESTEN?

μ , π , σ^2 , VERTEILUNG
ANNAHMEN

KORREL., UNABH. KOR. (SPEZIELL
VERBUNDENE
STICHPROBEN)

3. TESTHYPOTHESEN AUFSTELLEN = FALSIFIZIEREN

a. $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0$ } H_0 -- WAS ZU WIDERLEGEN IST
b. $H_0: \mu \leq \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$ } H_0 -- WAS ZU WIDERLEGEN IST
c. $H_0: \mu \geq \mu_0$, $H_1: \mu < \mu_0$ } H_0 -- WAS ZU WIDERLEGEN IST
d. $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu < \mu_0$ } H_0 -- WAS ZU WIDERLEGEN IST
e. $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$ } H_0 -- WAS ZU WIDERLEGEN IST

4. TESTFUNKTIONEN AUSWÄHLEN

EINFACHE ST. PR. -- 1 GG, 1 MERKMAL
VERBUNDENE ST. PR. -- 1 GG, 2 MERKMALE
UNABH. ST. PR. -- 2 GG, 1 MERKMAL

5. VERWERFWERTSRECHNUNG & BERECHNEN
(AUFBAUEN AUF 3.)

6. $v \in B \Rightarrow H_0$ VERWERFEN,
 H_1 ANNEHMEN

$v \notin B \Rightarrow H_0$ NICHT VERWERFEN

7. FEHLER 1. ART -- H_0 VERWERFEN, OBWOHL H_0 RICHTIG
" 2. -- H_0 NICHT -- OBWOHL H_0 FALSCH

19

1. 1 GG, 1 Merkmal ~ einfache Stichprobe

2. μ ist zu testen

3. a. $H_0: \mu = \mu_0$
 b. $H_0: \mu \leq \mu_0$
 c. $H_0: \mu \geq \mu_0$

$H_1: \mu \neq \mu_0$
 $H_1: \mu < \mu_0$
 $H_1: \mu > \mu_0$

hier
 wenn wir zeigen wollen, dass das
 full vol. < als 0,2 ist
 —————
 —————

a. $H_0: \mu = 0,2; H_1: \mu \neq 0,2$

4.
$$v = \sqrt{n} \cdot \frac{\bar{x} - \mu_0}{s^*} = \sqrt{10} \cdot \frac{0,186 - 0,2}{\sqrt{0,0002267}} = -2,9404$$

5.
$$B = (-\infty; t_{n-1; 1/2}) \cup (t_{n-1; 1-1/2}; \infty)$$

$$= (-\infty; t_{9; 0,025}) \cup (t_{9; 0,975}; \infty) = (-\infty; -2,26) \cup (2,26; \infty)$$

$\Rightarrow c. v = -2,94 \in B$
 $\Rightarrow$ lehne H_0 ab,
 nimm H_1 an

22

1. Welcher Art von Stichprobe liegt vor? unabh. Stichprobe

2. Teste Anteilsreihe π

3. π_A, π_B - Wahrscheinlichkeiten in A-, B-Gruppe

a) $H_0: \pi_A = \pi_B$, $H_1: \pi_A \neq \pi_B$
 b) $H_0: \pi_A \geq \pi_B$, $H_1: \pi_A < \pi_B$
 c) $H_0: \pi_A \leq \pi_B$, $H_1: \pi_A > \pi_B$

$$\hat{\pi} = \frac{n_1 \cdot \hat{\pi}_1 + n_2 \cdot \hat{\pi}_2}{n_1 + n_2} = \frac{100 \cdot \frac{75}{100} + 100 \cdot \frac{65}{100}}{100 + 100} = \frac{75 + 65}{200}$$

$$V = \frac{\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2}{\sqrt{\hat{\pi} \cdot (1 - \hat{\pi}) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\frac{75}{100} - \frac{65}{100}}{\sqrt{0,7 \cdot (1 - 0,7) \cdot \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}} = \frac{0,1}{0,065} = \underline{\underline{1,538}}$$

$$5. \quad B = (-\infty; -c_{N(0,1); 1-\alpha}) = (-\infty; -c_{N(0,1); 0.99}) \\ = (-\infty; -2.31)$$

$$6. \quad v = 1.538 \notin B \Rightarrow H_0 \text{ nicht verwerfen}$$

χ^2 - ANPASSUNGSTEST ... z.B.: IST EIN WÜRFEL FAIR

//
CHI-QUADRATE

ANZahl	1	2	3	4	5	6
BEOB. H ₀	13	9	11	12	7	8
GL. WART. H _e	$60 \cdot \frac{1}{6} = 10$	10	10	10	10	10

$$f. V = \sum \frac{(H_0 - H_e)^2}{H_e} = \frac{(13-10)^2}{10} + \dots + \frac{(8-10)^2}{10} = 0,9 + \dots + 0,4$$

$$= \sum_{i=1}^6$$

$$S. B = (\chi^2_{k-1; 1-\alpha}; \infty) = (\chi^2_{6-1; 0,95}; \infty) = (\chi^2_{5; 0,95}; \infty) = (11,07; \infty)$$

$v = 278 \notin B \Rightarrow H_0$ NICHT VERWORFEN

1. GIBT ES ST. PL.
1 GS, 1 MERKMA

2. WAS IST ZU TESTEN?
VERTEILUNG
~ DISKRETE
GL. VFG.

3. H₀, H₁?
H₀: DISKRETE
GL. VFG.
WERT VOR
H₁: DISKRETE VFG.
WERT NACH VOR

$$f. V = \sum \frac{(H_0 - H_e)^2}{H_e}$$