Mathe für Bilanzbuchhalterinnen und Bilanzbuchhalter

Was Sie in diesem Dokument finden

Berthold Kottmair
Betriebswirt (VWA)
60437 Frankfurt am Main
bert.kottmair@t-online.de

Ergänzung: elementare Rechenregeln

Im kaufmännischen und Wirtschaftsrechnen werden die elementaren Rechenregeln vielfältig eingesetzt und können vor allem bei der Umstellung von Formeln und Auflösung von Gleichungen verwendet werden. Man muss dann allerdings jeweils selbst erkennen, welche Regeln jeweils zur Lösung der vorliegenden Aufgaben passen.

Auf folgende Situationen wird hier eingegangen:

- Addition und Subtraktion
  - Kommutativgesetz der Addition
  - Kommutativgesetz der Subtraktion
  - Assoziativgesetz der Addition
- Produkte
  - Kommutativgesetzt der Multiplikation
  - Assoziativgesetz der Multiplikation
- Plus und Minus
- Distributivgesetz (Aus- und Einklammern)
- Quotienten
- Die Zahl 1 in Gleichungen

Addition und Subtraktion

Wir gehen dabei davon aus, das a, b, c und d jeweils reelle Zahlen seien. In den Beispielen steht a für 6, b für 2 und c für 3.

Kommutativgesetz der Addition	$a + b = b + a$ $6 + 2 = 2 + 6 = 8$
Kommutativgesetz der Subtraktion	$a - b = -b + a$ $6 - 2 = -2 + 6 = 4$
Assoziativgesetz der Addition	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(6 + 2) + 3 = 6 + (2 + 3) = 11$ $a + 0 = 0 + a = a$ $6 + 0 = 0 + 6 = 6$

Produkte

Zur Vereinfachung fällt der Malpunkt in Ausdrücken wie a · b häufig weg. Dann wird einfach geschrieben 3a anstatt 3 · a oder 2x anstatt 2 · x. Bei Ausdrücken, die nur aus reellen Zahlen bestehen, wie z.B. 6 · 2 bleibt der Malpunkt natürlich immer bestehen!

Kommutativgesetz der Multiplikation

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$6 \cdot 2 = 2 \cdot 6 = 12$$

Assoziationsgesetz der Multiplikation

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a(bc)$$

$$(6 \cdot 2) \cdot 3 = 6 \cdot (2 \cdot 3) = 36$$

Plus und Minus

Strichrechnung

$$a + (-b) = a - b$$

$$6 + (-2) = 6 - 2 = 4$$

$$-(-a) = a$$

$$-(-6) = 6$$

Multiplikation Plus mal minus gibt minus

$$a \cdot (-b) = -a \cdot b = -ab$$

$$6 \cdot (-2) = -6 \cdot 2 = -12$$

Multiplikation Minus mal minus gibt plus

$$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b = ab$$

$$(-6) \cdot (-2) = 6 \cdot 2 = 12$$

Aus- und Einklammern

Häufig kann man in Gleichungen nur weiterrechnen, wenn man Ausdrücke, die in Klammern stehen, richtig auflöst. Oft auch umgekehrt: man klammert die Ausdrücke wieder ein, es hängt vom jeweiligen Rechenschritt ab. Dabei kommen Punkt- und Strichrechnung zusammen. Man nennt diese Regel das Distributivgesetz.

Ausklammern

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c = ac + bc$$

$$(6 + 2) \cdot 3 = 6 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 24$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c = ac - bc$$

$$(6 - 2) \cdot 3 = 6 \cdot 3 - 2 \cdot 3 = 18 - 6 = 12$$

Einklammern

Wenn es weiterhelfen kann, führt auch der umgekehrte Weg zur Lösung.

$$ac + bc = c \cdot (a + b) = (a + b) \cdot c$$

Quotienten

Beispiel 1

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

$$\frac{6}{2} = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

Beispiel 2

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{6 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{18}{6} = \frac{6}{2} = 3$$

Die Zahl 1

In einfachen linearen Gleichungen wird die Zahl 1 häufig angewandt, um Rechenoperationen zu lösen.

Beispiel 1

In Produkten und Brüchen muss die Zahl 1 nicht immer hingeschrieben werden. Dies gilt, wenn sich durch die Zahl 1 der Wert eines Ausdrucks nicht verändert.

$$1 \cdot a + 1 \cdot b = 1a + 1b = a + b$$

$$1 \cdot 6 + 1 \cdot 2 = 6 + 2 = 8$$

$$\frac{1 \cdot a}{1 \cdot b} = \frac{1a}{1b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{1 \cdot 6}{1 \cdot 2} = \frac{6}{2} = 3$$

Beispiel 2

Manchmal kann es aber auch hilfreich sein, die Zahl 1 dazu zu schreiben bzw. sich dazu zu denken. Die nachfolgende Gleichung soll nach k_v (also den variablen Stückkosten) aufgelöst werden:

$$K_2 - K_1 = k_v \cdot x_2 + K_F - (k_v \cdot x_1 + K_F)$$

Zuerst sollte die Klammer im rechten Term[1] beseitigt werden.

---

[1] Term: Teil eines Ausdrucks, einer Formel oder Rechenoperation

Dann steht da:

$$K_2 - K_1 = k_v \cdot x_2 + K_F - k_v \cdot x_1 - K_F$$

Warum?

Eigentlich kann man sich bei der Klammer die Zahl 1 und alle Vorzeichen dazu denken, dann steht da auszugsweise:

$$-1 \cdot (+k_v \cdot x_1 + K_F)$$

Beim Ausmultiplizieren der Klammer kommt demnach die Regel „Plus mal minus gibt minus“ zum Tragen – siehe Multiplikation, Seite 3. Und zwar zweimal:

$$-1 \cdot +k_v \cdot x_1 = -k_v \cdot x_1$$

sowie

$$-1 \cdot +K_F = -K_F$$

Zusammengesetzt also:

$$K_2 - K_1 = k_v \cdot x_2 + K_F - k_v \cdot x_1 - K_F$$

Da die Fixkosten K_F betragsgleich sind, fallen sie weg, weil

$$+K_F - K_F = 0$$

Die Null brauchen wir nicht mehr. Sie verändert auch den Wert der Gleichung nicht. Sie kann also weg. Dann steht da:

$$K_2 - K_1 = k_v \cdot x_2 - k_v \cdot x_1$$

Jetzt können wir im Term der rechten Seite die Mengen x_2 und x_1 einklammern (Seite 4). Dann steht da:

$$K_2 - K_1 = k_v \cdot (x_2 - x_1)$$

Nun wird die Gleichung nach k_v aufgelöst und das geschieht über das Kürzen von Brüchen. Wir teilen beide Seiten durch die Differenz in der Klammer $(x_2 - x_1)$. Dann steht da:

$$\frac{K_2 - K_1}{(x_2 - x_1)} = \frac{k_v \cdot (x_2 - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Der Bruch auf der rechten Seite darf jetzt durch den Ausdruck $(x_2 - x_1)$ gekürzt werden, weil beide Ausdrücke den gleichen Wert haben.

$$\frac{K_2 - K_1}{(x_2 - x_1)} = \frac{k_v \cdot \cancel{(x_2 - x_1)}}{\cancel{(x_2 - x_1)}}$$

Berthold Kottmair
Betriebswirt (VWA)
60437 Frankfurt am Main
bert.kottmair@t-online.de

Das bleibt also übrig:

$$\frac{K_2 - K_1}{(x_2 - x_1)} = k_v$$

Im Nenner des linken Bruchs entfällt die Klammer, weil sie in diesem Fall den Wert des Bruchs nicht verändert.

$$\frac{K_2 - K_1}{x_2 - x_1} = k_v$$

Die Seiten dürfen umgedreht werden. Die Gleichheit ist symmetrisch und die Seiten haben den gleichen Wert.

$$a + b = 8$$

$$8 = a + b$$

$$6 + 2 = 8$$

$$8 = 6 + 2$$

Die Formel lautet demnach:

$$k_v = \frac{K_2 - K_1}{x_2 - x_1}$$

Und jetzt sehen Sie mal in der IHK Formelsammlung auf Seite 26, ganz unten, nach. Es ist die Formel zum mathematischen Verfahren der Kostenauflösung, auch Grenzkosten oder Differenzen-Quotienten-Verfahren genannt.

In der KLR benötigt man diese Formel häufiger.

Quellenhinweis

Führer, Christian: Wirtschaftsmathematik aus der Reihe Kompakt-Training Praktische Betriebswirtschaft, Hrsg. Klaus Olfert, Kiehl Verlag, Herne.