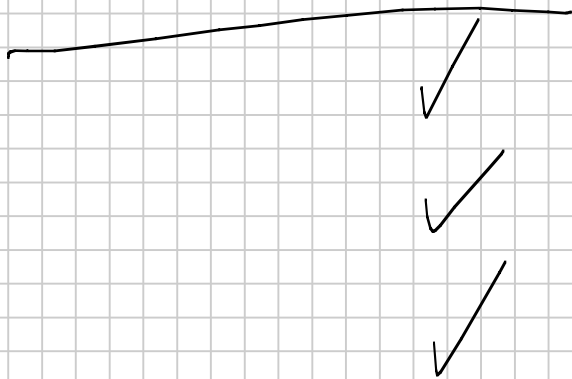


# STATISTIK

ZUFALLS VARIABLE

... BINOMIAL VERTEILUNG



•  $n$  UNABH. EXPERIMENTE

• MIT JEWEILS GENAU ZWEI ERGEBNISSEN / ERFOLG  
\  
MISSERFOLG

• FRAGE: WIE GROSZ ISZ DIE WKW, DASS  
GENAU  $x$  ERFOLGE EINTRETEN?

$$\Omega = \left\{ \underbrace{(K, K, K)}_{3 \times K}, \underbrace{(K, K, Z), (Z, K, K), (K, Z, K)}_{2 \times K}, \underbrace{(K, Z, Z), (Z, K, Z)}_{1 \times K}, \underbrace{(Z, Z, K)}_{0 \times K}, \underbrace{(Z, Z, Z)}_{0 \times K} \right\}$$

KW	X	P
$x_1 = 0$		1/8
$x_2 = 1$		3/8
$x_3 = 2$		3/8
$x_4 = 3$		1/8

$$P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

$$n = 3$$

$$p = \frac{1}{2}$$

$$B\left(3; \frac{1}{2}\right) \left\{ P(X=2) \right.$$

$$= \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-2}$$

$$\binom{m}{x} = \frac{m!}{x! \cdot (m-x)!}$$

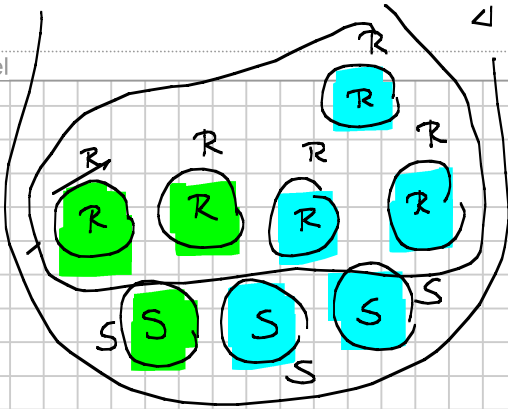
$$m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m$$

$$= \frac{3!}{2! \cdot (3-2)!} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot 3}{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot 1} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \text{ ;}$$

B

БЕДИНСТЕ НКК.



ZURÜCK KOMMEN MIT "R"

WIE GROß IST DIE WKT, DASS SIE  
TÜRKS IST?

$$1) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{DEFINITION}$$

↑  
"WENN"

$P(T|R)$  ... TÜRKIS, WENN R

$P(R|T)$  ... R, WENN TÜRKIS

$$P(\text{TÜRKS} | "R") = \frac{P(\text{TÜRKS} \cap R)}{P(R)}$$

$$= \frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{8}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{3}{5}$$

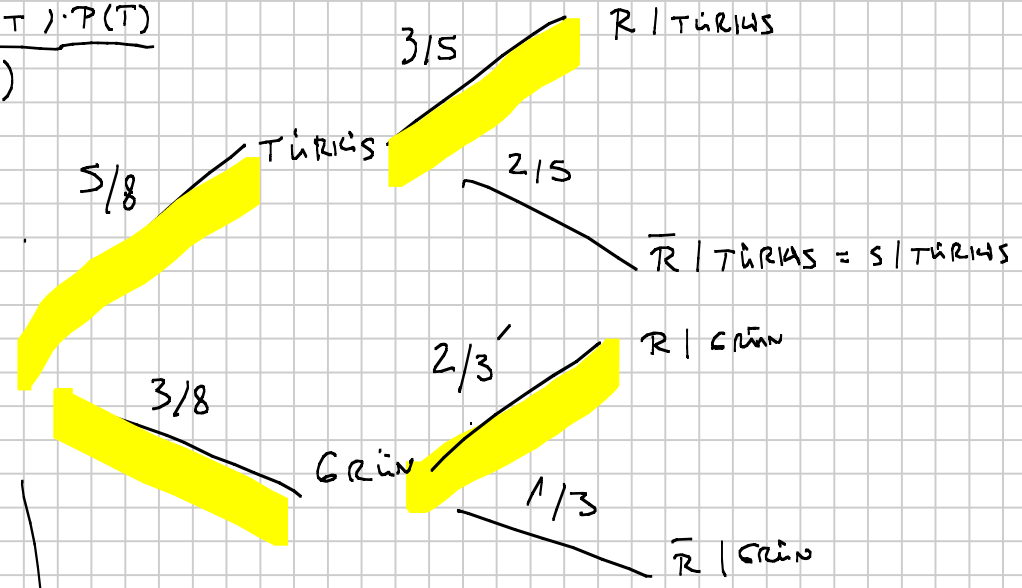
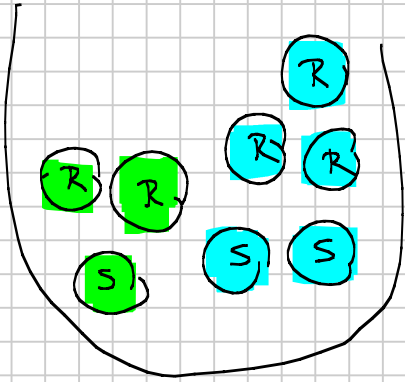
2) EINSCHRÄNKUNG DER GRUNDGESAMHEIT

$P(\text{TÜRKS} | \text{ROT})$  → ALLE IMBLEN, DIE "R" HABEN ... 5 BILD ES  
→ WIEVIEL DAVON SIND TÜRKS? ... 3 IMBLEN SIND TÜRKS

3) BAYESSCHE FORMEL

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$
$$= \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

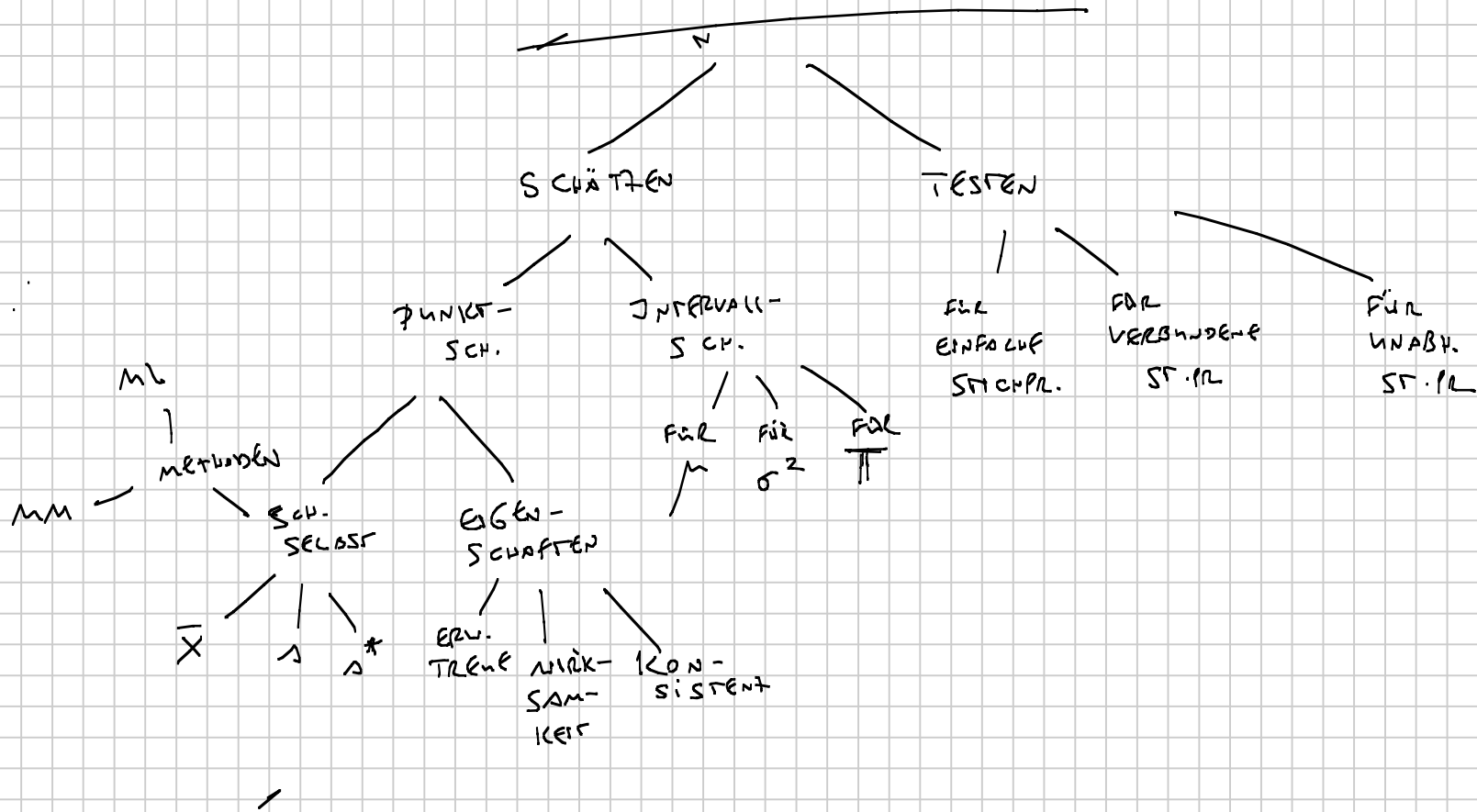
$$P(T|R) = \frac{P(R|T) \cdot P(T)}{P(R)}$$



$$\begin{aligned}
 P(T|R) &\stackrel{\text{BAYESISCHE FORMEL}}{=} \frac{P(R|T) \cdot P(T)}{P(R)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8}}{P(R|T) \cdot P(T) + P(R|G) \cdot P(G)} \\
 &= \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8}}{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{8} + \frac{2}{8}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{5} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}
 \end{aligned}$$



# STICHPROBENTHEORIE



ER WARTUNGSZEIT + REWE

...  $E(\hat{\theta}) = \theta$  <sup>SCHÄTZER</sup>

$X_1, X_2, X_3 \dots$  iid

$$E(X_i) = \mu$$

$$\text{Var}(X_i) = \sigma^2$$

1)  $\hat{\theta}_1 = \frac{1}{3} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)$

2)  $\hat{\theta}_2 = \frac{1}{3} \cdot (2X_1 + X_2)$

3)  $\hat{\theta}_3 = \frac{1}{2} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)$

$$\begin{aligned} E(\hat{\theta}_1) &= E\left(\frac{1}{3} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)\right) = \frac{1}{3} \cdot E(X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{3} \cdot (\underbrace{E(X_1)}_{\mu} + \underbrace{E(X_2)}_{\mu} + \underbrace{E(X_3)}_{\mu}) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \mu = \mu \quad \dots \quad \hat{\theta}_1 \text{ ERW. TREU IST} \\ &\quad \text{ERW. TREU FÜR } \mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(\hat{\theta}_2) &= E\left(\frac{1}{3} \cdot (2X_1 + X_2)\right) = \frac{1}{3} \cdot E(2X_1 + X_2) = \frac{1}{3} \cdot [E(2X_1) + E(X_2)] \\ &= \frac{1}{3} \cdot [2E(X_1) + E(X_2)] = \frac{1}{3} \cdot [2\mu + \mu] = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \mu = \mu \end{aligned}$$

$$E(\hat{\theta}_3) = E\left(\frac{1}{2} \cdot (X_1 + X_2 + X_3)\right) = \frac{1}{2} \cdot E(X_1 + X_2 + X_3) =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot [E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)] = \frac{1}{2} \cdot [3 \cdot \mu] = \frac{3}{2} \cdot \mu \neq \mu$$

$\hat{\theta}_3$  NICHT ERWARTUNGSTREU