
Dynamische Investitionsrechnung

Sonja Kaup



▶ Kennzeichen der dynamischen Verfahren

- 1 Gehen von prognostizierten **Ein- und Auszahlungen** aus
- 2 Betrachten jede **einzelne Periode** getrennt
- 3 **Zeitpunkt** der Ein- und Auszahlungen **wird** durch den Zinseszinsseffekt **berücksichtigt**



Methoden

- Ermittelt, ob eine Investition die gewünscht Mindestverzinsung erwirtschaftet



- Ermittelt die tatsächliche Verzinsung einer Investition

- Wird für uniforme Zahlungsreihen verwendet
- Ermittelt den jährlichen, gleichbleibenden „Puffer“



► Begriffe

- | | | | | |
|---|--------------------------|---------|---|---|
| 1 | Kapitalbarwert | K_0 | → | Was ist mein Kapital heute (zum Zeitpunkt t_0) ohne Zinsen wert? |
| 2 | Kapitalendwert | K_n | → | Was ist mein Kapital am Ende der vorgegebenen Zeit (Zeitpunkt t_n) inkl. Zinsen wert? |
| 3 | Aufzinsungsfaktor | q^n | → | Wie komme ich vom Wert des heutigen Kapitals ohne Zinsen (K_0) auf den Endwert inkl. Zinsen (K_n) zum Zeitpunkt t_n in der Zukunft? |
| 4 | Abzinsungsfaktor | $1/q^n$ | → | Wie komme ich vom Wert des Kapitals in der Zukunft inkl. Zinsen (K_n) auf den Barwert ohne Zinsen (K_0) zum Zeitpunkt t_0 heute? |



Begriffe



$$q = 1 + i$$



Zinssatz

i



Welche Mindestverzinsung wird erwartet?

Die **Höhe des Zinssatzes i** ist abhängig von




- dem Zinsniveau für langfristige Kapitalanlagen am Kapitalmarkt
- der Inflationsrate
- dem Unternehmensrisiko



Kapitalwertmethode

Die Kapitalwertmethode **zinst** künftige **Zahlungsüberschüsse/-rückflüsse** (Einzahlungen – Auszahlungen) auf den Zeitpunkt t_0 **ab**. So können verschiedene Investitionsalternativen gut miteinander verglichen werden. *Die Alternative, deren Kapitalwert C_0 höher ist, ist rentabler.*

Steht nur eine Investition zur Entscheidung, lässt sich mit der Kapitalwertmethode überprüfen, ob sich die Investition überhaupt lohnt:

- 1** $C_0 < 0$  Die Investition erwirtschaftet die angegebene Verzinsung nicht => nicht durchführen!
- 2** $C_0 = 0$  Die Investition erwirtschaftet genau die angegebene Verzinsung => durchführen!
- 3** $C_0 > 0$  Die Investition erwirtschaftet die angegebene Verzinsung und noch einen „Bonus“ dazu => durchführen!



▶ Kapitalwertmethode

Die Formel lässt sich in drei Teilbereiche untergliedern:



$$C_0 = -I_0 + K_0$$

$$C_0 = -I_0 + \frac{e_1 - a_1}{q^1} + \frac{e_2 - a_2}{q^2} + \dots + \frac{e_n - a_n}{q^n} + \frac{L_n}{q^n}$$



Formelsammlung



▶ Kapitalwertmethode

Die „Alles für den Hund GmbH“ möchte expandieren und hat dafür zwei mögliche Varianten. In der nachfolgenden Tabelle sind alle Ein- und Auszahlungen aufgeführt die jährlich anfallen. Für welche Variante soll Herr Doggi sich entscheiden bei einer gewünschten Verzinsung von 8%?



Maschine 1	Investition in €	Schrottwert in €	Einzahlungen in €	Auszahlungen in €
t_0	65.000			
t_1			27.000	28.000
t_2			48.000	30.000
t_3			64.000	32.000
t_4		15.000	58.000	36.000

Maschine 2	Investition in €	Schrottwert in €	Einzahlungen in €	Auszahlungen in €
t_1	105.000			
t_2			62.000	24.000
t_3			75.000	36.000
t_4			41.000	30.000
t_1		28.000	33.000	21.000



▶ Kapitalwertmethode

Maschine 2 hat einen niedrigeren Kapitalwert. Deshalb sollte in Maschine 1 investiert werden.

Maschine 1	Investition in €	Überschuss in €	Abgezinst (i = 0,08) in €
t ₀	-65.000		
t ₁		-1.000	-925,93
t ₂		18.000	15.432,10
t ₃		32.000	25.402,63
t ₄		37.000	27.196,10 (16.170,66 + 11.025,45)
Summe C₀	2.104,90		(67.104,90)



Maschine 2	Investition in €	Überschuss in €	Abgezinst (i = 0,08) in €
t ₀	-105.000		
t ₁		38.000	35.185,19
t ₂		39.000	33.436,21
t ₃		11.000	8.732,15
t ₄		40.000	29.401,19 (8.820,36 + 20.580,84)
Summe C₀	1.754,74		(106.754,74)



▶ Kapitalwertmethode

Eine weitere Problemstellung, bei der die Kapitalwertmethode zum Einsatz kommt, ist die Ermittlung des optimalen Ersatzzeitpunktes.

Je früher ein Investitionsgut wieder verkauft wird, umso höher ist sein Restwert und somit der Liquidationserlös.

Ermitteln Sie für folgende Situation den optimalen Ersatzzeitpunkt (durch eine neue Investition). Gehen Sie von einem Zinssatz von 8% aus.



	Investition in €	Restwert in €	Einzahlungen in €	Auszahlungen in €
t_0	105.000			
t_1		75.000	62.000	24.000
t_2		58.000	75.000	36.000
t_3		41.000	41.000	30.000
t_4		28.000	33.000	21.000



▶ Kapitalwertmethode

Jahr	Jahr 1 in €	Jahr 2 in €	Jahr 3 in €	Jahr 4 in €
Investition	-105.000	-105.000	-105.000	-105.000
Überschuss	38.000	39.000	11.000	12.000
Liquidationserlös	75.000	58.000	41.000	28.000
Überschuss abgezinst	35.185,19	33.436,21	8.732,15	8.820,36
Überschuss kumuliert	35.185,19	68.621,40	77.353,55	86.173,91
Liquidationserlös abgezinst	69.444,44	49.725,65	32.547,12	20.580,84
Summe C_0	-370,37	13.347,05	4.900,67	1.754,75

Der Kapitalwert ist am Ende des zweiten Jahres am höchsten. Somit wäre es der optimale Zeitpunkt, die Maschine zu verkaufen und wieder neu zu investieren.



Annuitätenmethode

Die Annuitätenmethode wird häufig in Verbindung mit der Kapitalwertmethode angewendet.

$$ANN = C_0 * \frac{1}{BWF}$$



Formelsammlung

$$ANN = C_0 * KWF$$

Möglichkeit 1



Man ermittelt, wie viel mehr durchschnittlich pro Jahr erwirtschaftet wird, d.h. wie viel Überschuss pro Jahr zusätzlich zur geforderten Verzinsung erreicht wird. Die Annuitätenmethode „verteilt“ einen Anfangsbetrag zum Zeitpunkt t_0 gleichmäßig auf die einzelnen Jahre der Laufzeit.

Möglichkeit 2



Durch Annuitätenmethode wird eine uniforme Zahlungsreihe in einem Rechenschritt abgezinst. Es wird der gesamte Barwert der Zahlungsreihe zum Zeitpunkt t_0 ermittelt.



Annuitätenmethode

Um welchen Betrag darf der jährliche Überschuss in jeder Periode niedriger ausfallen, ohne dass die Mindestverzinsung von 8% gefährdet wird?



Maschine 1	Investition in €	Überschuss in €	Abgezinst (i = 0,08) in €
t ₀	-65.000		
t ₁		-1.000	-925,93
t ₂		18.000	15.432,10
t ₃		32.000	25.402,63
t ₄		37.000	27.196,10 (16.170,66 + 11.025,45)
Summe C ₀	2.104,90		(67.104,90)

$$ANN = C_0 * KWF = 2.104,90€ * 0,301921 = 635,51€$$



Annuitätenmethode

Ermitteln Sie den Kapitalwert einer Investition, wenn die Auszahlung zu Beginn bei 250.000€ liegt und die jährlichen Überschüsse über 6 Jahre jeweils 50.000€ betragen. Entscheiden Sie, ob die Investition durchgeführt werden soll und begründen Sie Ihre Entscheidung.

$$C_0 = -I_0 + \text{ANN} * \text{BWF}$$

$$C_0 = -250.000\text{€} + 50.000\text{€} * 4,622880 = -18.856\text{€}$$



Die Investition sollte nicht durchgeführt werden, da der Kapitalwert negativ ist und somit die gewünschte Mindestverzinsung nicht erreicht wird.



Interne Zinsfußmethode

Die **interne Zinsfußmethode** ist eine Weiterentwicklung der Kapitalwertmethode.

Bei der Kapitalwertmethode stellt man fest, ob der vorgegebene Zins erreicht wird. Dies ist immer dann der Fall, wenn C_0 positiv ist. Wie hoch jedoch die **tatsächliche Verzinsung** ist, weiß man damit nicht.

Dies kann mit der internen Zinsfußmethode annähernd ermittelt werden. Die Formel dafür nennt man **Regula falsi**.

Dazu ist es notwendig, eine Investition 2x mit der Kapitalwertmethode durchzurechnen. Hierbei sollen zwei „Versuchszinssätze“ verwendet werden:

- ein **niedriger Zinssatz i_1** , der einen **positiven Kapitalwert C_{01}** ergibt und
- einem **hohen Zinssatz i_2** , der einen **negativen Kapitalwert C_{02}** ergibt.

Diese Werte werden nun in folgende Formel eingesetzt:

$$r = i_1 - C_{01} * \frac{i_2 - i_1}{C_{02} - C_{01}}$$



Formelsammlung



▶ Interne Zinsfußmethode

Die „Alles für den Hund GmbH“ hat sich für Maschine 1 entschieden. Nun möchte Herr Doggi wissen, wie hoch der prognostizierte Zins sein wird.

Hinweis: Verwenden Sie als zweiten Zinssatz 12%



$$C_{01} = 2.104,90\text{€}$$

$$i_1 = 0,08$$

Maschine 1	Investition in €	Überschuss in €	Abgezinst ($i_2 = 0,12$) in €
t_0	-65.000		
t_1		-1.000	
t_2		18.000	
t_3		32.000	
t_4		37.000	
Summe C_{02}			



Interne Zinsfußmethode

Die „Alles für den Hund GmbH“ hat sich für Maschine 1 entschieden. Nun möchte Herr Doggi wissen, wie hoch der prognostizierte Zins sein wird.

Hinweis: Verwenden Sie als zweiten Zinssatz 12%



$$C_{01} = 2.104,90\text{€}$$

$$i_1 = 0,08$$

Maschine 1	Investition in €	Überschuss in €	Abgezinst ($i_2 = 0,12$) in €
t_0	-65.000		
t_1		-1.000	- 892,86
t_2		18.000	14.349,49
t_3		32.000	22.776,97
t_4		37.000	23.514,17
Summe C_{02}	- 5.252,23		59.747,77

$$r = 0,08 - 2.104,90\text{€} * (0,12 - 0,08) / (-5.252,23\text{€} - 2.104,90\text{€}) = 0,0914 \Rightarrow 9,14\%$$